

Банк вопросов по предмету Линейной алгебре и аналитической геометрии

1. Детерминанты 2-3-го порядка.
2. Вычислить детерминанты.
3. Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
4. Детерминанты n – го порядка и их свойства. Вычислить детерминанты.
5. Понятие системы линейных уравнений и ее решение.
6. Система линейных уравнений и понятие о решении.
7. Система линейных однородных и неоднородных уравнений. Свойства множества решений
8. Система уравнений. Гауссовский метод построения системы уравнений (система уравнений 2 и 3 неизвестных).
9. Система уравнений. Метод Крамера решения системы уравнений.
10. Матрицы и операции над ними.
11. Умножения матриц
12. Постановки и перестановки.
13. Обратные матрицы.
14. Обратная матрица. Матричные уравнения и системы уравнений.
15. Ранг матрицы. Теорема о базисных минорах.
16. Условие совместимости системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелла.
17. Линейное пространство. Размер и базис. Под пространство.
18. Евклидово пространство. Базис ортогонализации.
19. Привести квадратную форму в канонический вид по методу Лагранжа.
20. Приведение квадратичных форм в канонический вид.
21. Привести квадратную форму в канонический вид с правилом Якоби.
- 22.

23. Решите систему уравнения по методу Гаусса
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ x_1 - 6x_2 - 2x_3 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -1 \end{cases}$$

24. Решить систему уравнения по методу Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0 \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \\ 7x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 16 \end{cases} \quad .$$

25. Решите систему уравнения по методу Гаусса.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases} \quad .$$

26. Решите систему уравнения по методу Гаусса
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 5 \\ 6x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 7 \\ 4x_1 - 2x_2 + 14x_3 - 31x_4 = 18 \end{cases} \dots$$

27. Найдите решение системы:
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 5 \\ 6x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 7 \\ 4x_1 - 2x_2 + 14x_3 - 31x_4 = 18 \end{cases}$$

28. Найдите решение системы:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -4 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}.$$

29. Найдите решение системы.
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 + 17x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}.$$

30. Решите систему уравнения по методу Крамера.

$$\begin{cases} 10x_1 + 23x_2 + 17x_3 + 44x_4 = 25 \\ 15x_1 + 35x_2 + 26x_3 + 69x_4 = 40 \\ 25x_1 + 57x_2 + 42x_3 + 108x_4 = 65 \\ 30x_1 + 69x_2 + 51x_3 + 133x_4 = 95 \end{cases}.$$

31. Решите систему уравнения по правилу Крамера.
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

32. Решите систему уравнений с помощью правила Крамера.:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

33. Решите систему уравнения по методу Крамера
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5 \\ 6x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}.$$

34. Решите систему уравнения по правилу Крамера.
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

35. Решите систему уравнения по методу Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 9x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 8x_3 - 8x_4 + 27x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 16x_3 + 16x_4 + 81x_5 = 0 \end{cases}.$$

36. Вычислит детерминант.

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 4 & 3 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

37. Вычислить определитель.

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & -3 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

38. Найдите значение детерминанта, используя свойств детерминанта.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}.$$

39. Найдите решение, используя свойства определителя. $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{vmatrix}.$

40. Вычислит определитель: $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ 5 & -2 & -7 \end{vmatrix}.$

41. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 0 & -4 & 3 \\ 2 & -7 & 1 \end{vmatrix}.$

42. Вычислить определитель. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & -3 & -2 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$

43. Вычислить детерминант. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 4 & 3 \\ 4 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$

44. Вычислить детерминант.
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 7 & 6 \\ 0 & 3 & 7 & 9 \\ 4 & 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}.$$

45. Для матрицы A, B – найдите $A \bullet B$ и $B \bullet A$. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & 4 & -3 \\ 5 & -3 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ и

$$B = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 6 & 9 \\ 5 & 7 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}?$$

46. Дано $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 0 & 4 & 1 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 4 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. Для матрицы A, B – найдите $A \bullet B$ и $B \bullet A$?

47. Для матрицы A, B – найдите $A \bullet B$ и $B \bullet A$. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 4 & -8 & 7 \\ 6 & 1 & -9 \end{pmatrix}$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

48. Дано матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 19 & 30 & 1 \\ 0 & -5 & -12 & 1 \\ 0 & 2 & 5 & -1 \\ -1 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & 11 \\ -9 & 6 & 12 & -21 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Для матрицы A, B – найдите $A \bullet B$ и $B \bullet A$?

49. Дано матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 4 & 5 \\ 6 & 5 & 7 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$, вычислите

$$A + B, A - B, A \bullet B, A^{-1}.$$

50. Дано $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$, вычислите

$$A + B, A - B, A \bullet B, A^{-1}.$$

51. Найдите ранг матрицы. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$.

52. Найдите ранг матрицы. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ -5 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

53. Найдите ранг матрицы. $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -3 & -1 & 4 \\ 3 & -1 & 3 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 5 & 4 & -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

54. Найдите ранг матрицы $\begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix}$.

55. Найдите ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 4 & -8 & 7 \\ 6 & 1 & -9 \end{pmatrix}$

56. Найдите обратную матрицу данной матрицы. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

57. Найдите обратную матрицу: $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$.

58. Найдите обратную матрицу. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 5 & 3 \end{pmatrix}$.

59. Определите количество инверсий в постановке 2,5, 8,3n-1,1,4, 7,3n-2,3,6, 9,3n

60. Решить систему уравнения. $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot Y = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

61. $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{pmatrix}$ найдите решение уравнения данной матричном виде.

62. Привести квадратную форму в канонический вид по методу Лагранж:

$$Q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 9x_2^2 + x_3^2 + 6x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$$

63. Привести квадратную форму в канонический вид по методу Лагранж:

$$x_1^2 + x_1x_2 + x_3x_4.$$

64. Привести квадратную форму в канонический вид по ортогональному

преобразованием: $x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$

65. Найти собственные числа и собственные векторы квадратичной формы, и

привести к каноническому виду: $2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$

66. Привести квадратную форму в канонический вид по методу Лагранжа.

$$x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2^2 + x_3^2.$$